第５講　場合の数(1)

1　5 個の数字 0，1，2，3，4 から異なる 3 個を並べて 3 桁の整数をつくる．

(1)　3 桁の整数は全部で何個できるか．

(2)　偶数は何個できるか．また，9 の倍数は何個できるか．

(3)　偶数でなく 9 の倍数でもないものは何個できるか．

【Point Pickup】

順列の基本

全て異なる n 個のものがあるとき

・それらを全て並べる場合の数 ⇒

・その中から「　　　　　　」に r 個選んで並べる場合の数 ⇒

場所が決まっている，自動的に決まるものは計算に入れない．

・常に「　　　　　」を狙う．

数字の順列で○桁の数を作る

・最高位に「　　」はこない．

・2 の倍数 → 下 1 桁が「　　　」　　5 の倍数 → 下 1 桁が「　　か　　」

4 の倍数 → 下 2 桁が「　　　　　」(00 含む)

・3 の倍数 → 各位の数の「　　」が 3 の倍数

9 の倍数 → 各位の数の「　　」が 9 の倍数

条件が複数あるときの場合の数

「　　　　　」の利用により，何を求めるべきか整理するとよい．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 ［1］　A，A，B，B，B，C，C，C，C の 9 個の文字全部を使って作ることができる順列の総数を求めよ．またそのうち，2 個の A が連続している順列，3 個の B がどれも連続しない順列はそれぞれ何通りあるか求めよ．

［2］　赤玉 1 個，青玉 4 個，白玉 4 個がある．同じ色の玉は区別しないものとする．これら 9 個の球を左から右へ 1 列に並べるとき，左右対称になる並べ方の総数を求めよ．また，円形に並べる並べ方の総数を求めよ．

【Point Pickup】

［1］　同じものを含む順列

n 個のもののうち，同じものを p 個，q 個，r 個，…… ずつ含むときの順列は

連続する，連続しない

連続する　⇒「　　　　　　」として扱い，その中の順列を考える．

連続しない ⇒ 他のものを先に並べ，後から「　　　　または　　　　」に入れる．

入れる「　　　」を選んで，そこに並べる（順列）

［2］　左右対称

①個数が偶数 ⇒ 均等に 2 つに分け，左右のうちどちらか一方の順列のみを考える．
もう一方の順列は自動的に決まる．

②個数が奇数 ⇒「　　　　」あるものに注目し，そのうちの 1 つを「　　　」におく．
残ったものの並べ方は①と同じ．

円順列

何かを「　　　」し，残りの順列を考える（または同じ並び方の総数で割る）

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 [1]　A，B，C，D，E，F の 6 文字を全部使ってできる文字列を，アルファベット順の辞書式に並べるとき，DECFBA は何番目か.

[2]　次を満たす 5 桁の自然数の総数を求めよ.

(1)　各桁が 1 か 2 で，1 と 2 の両方が用いられている自然数

(2)　各位が 1，2，3 で，それらすべてが用いられている自然数

【Point Pickup】

[1]　辞書式の順列

あるものを「　　　」し，他のものの順列の総数を考える.

すべて列挙すると「　　　　」となる.

[2]　重複順列

異なる n 個（n 種類）のものから，同じものを複数回取ることを許して r 個取る順列は

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第5講　場合の数(1)

(1)　0，2，4，6，8から異なる4個を並べて4桁の整数を作るとき，4桁の整数は全部で **アイ** 個あり，このうち，5の倍数は **ウエ** 個，3の倍数は **オカ** 個ある．

(2)　男子4人と女子3人を円形に並べるとき，女子どうしが隣り合わないような並べ方は **キクケ** 通りある．

(3)　7個の数字1，1，1，2，2，3，3をすべて用いて7桁の整数を作るとき，数字の並びが左右対称なものは **コ** 通りある．また，できた7桁の整数を小さい順に並べるとき，3211231は **サシス** 番目に現れる．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第5講　場合の数(1)

1　5個の数字0，1，2，3，4から異なる3個を並べて3桁の整数をつくる．
(1)　3桁の整数は全部で何個できるか．
(2)　偶数は何個できるか．また，9の倍数は何個できるか．
(3)　偶数でなく9の倍数でもないものは何個できるか．

(1)　百の位は，0を除く4通り
その各々について，残り2桁は　$_4P_2$ 通り．
よって　3桁の整数は全部で　$4\times{}_4P_2=4\times4\cdot3=$ **48（個）**

(2)　偶数となるのは，一の位が0，2，4のとき．
一の位が0のとき　残り2桁は　$_4P_2=12$（通り）
一の位が2，4のとき　残り2桁は　$3\times3=9$（通り）
よって　偶数は全部で　$12+9\times2=$ **30（個）**

9の倍数となるのは，各位の数の和が9の倍数となるとき．
和が9になるのは3桁の数字が2，3，4のとき
これらの順列を考えて，$3!=3\cdot2\cdot1=6$（通り）
和が9の倍数となるのはこのときのみ．
したがって　9の倍数は　**6個**

(3)　3桁の整数が偶数でも9の倍数でもないのは
(i)　一の位が1　　(ii)　一の位が3かつ他の位が2と4ではない
(i)のとき　残り2桁は　$3\times3=9$（通り）
(ii)のとき　百，十の位が同時に2と4になるのは　$2!=2$（通り）より
$3\times3-2=7$（通り）
したがって　偶数でも9の倍数でもないのは　$9+7=$ **16（個）**

(別解)
偶数かつ9の倍数となるのは，3桁の数字が2，3，4かつ一の位が偶数のときで
$2\times2!=4$（通り）
よって　偶数または9の倍数となるのは　$30+6-4=32$（個）
したがって　偶数でも9の倍数でもないのは　$48-32=16$（個）

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 ［1］ A，A，B，B，B，C，C，C，C の 9 個の文字全部を使って作ることができる順列の総数を求めよ．またそのうち，2 個の A が連続している順列，3 個の B がどれも連続しない順列はそれぞれ何通りあるか求めよ．

A，A，B，B，B，C，C，C，C の 9 個の順列は　$\dfrac{9!}{2!3!4!}$＝**1260（通り）**

2 個の A が連続している順列は　○，B，B，B，C，C，C，C の 8 個の順列

よって　$\dfrac{8!}{3!4!}$＝**280（通り）**

3 個の B がどれも連続しない順列は，まず A，A，C，C，C，C を並べ．次にその間および両端の 7 カ所中 3 カ所を選び，そこに B を 1 個ずつ入れたとき．

よって　$\dfrac{6!}{2!4!}\times{}_7C_3$＝**525（通り）**

2 ［2］ 赤玉 1 個，青玉 4 個，白玉 4 個がある．同じ色の玉は区別しないものとする．これら 9 個の球を左から右へ 1 列に並べるとき，左右対称になる並べ方の総数を求めよ．また，円形に並べる並べ方の総数を求めよ．

左右対称になる並べ方は，真ん中に赤玉を置き，その左右に青玉，白玉が 2 個ずつある場合．左右のいずれかの一方の並び方を決めれば，もう一方の並び方は 1 つに決まる．

よって　$\dfrac{4!}{2!2!}\times1$＝**6（通り）**

円形に並べる方法は，赤玉を置いたとき，残りの青玉 4 個，白玉 4 個の並べ方で

よって　$\dfrac{8!}{4!4!}$＝**70（通り）**

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 ［1］ A，B，C，D，E，F の 6 文字を全部使ってできる文字列を，アルファベット順の辞書式に並べるとき，DECFBA は何番目か.

左端が A である文字列は　$5!=120$（個）. 左端が B，C である場合も同様.
左端が DA，DB，DC である文字列はそれぞれ　$4!=24$（個）
左端が DEA，DEB である文字列はそれぞれ　$3!=6$（個）
左端が DECA，DECB である文字列はそれぞれ　$2!=2$（個）
ここまでに　$120\times3+24\times3+6\times2+2\times2=448$（個）
この後に DECFAB，DECFBA と続くので，DECFBA は **450 番目**

3 ［2］ 次を満たす 5 桁の自然数の総数を求めよ.
(1) 各桁が 1 か 2 で，1 と 2 の両方が用いられている自然数
(2) 各位が 1，2，3 で，それらすべてが用いられている自然数

(1) 各位が 1，2 の 2 種類である 5 桁の自然数は　$2^5=32$（個）
このうち，1 だけ，または 2 だけでできる 5 桁の自然数は　11111，22222 の 2 個
したがって求める個数は　$32-2=$**30（個）**
(2) 各位が 1，2，3 の 3 種類である 5 桁の自然数は　$3^5=243$（個）
このうち
1 種類だけでできる 5 桁の自然数は　3 個
2 種類だけでできる 5 桁の自然数は　${}_3C_2\times(2^5-2)=90$（個）
したがって求める個数は　$243-3-90=$**150（個）**

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第5講　場合の数(1)

(1)　0，2，4，6，8から異なる4個を並べて4桁の整数を作るとき，4桁の整数は全部で **アイ** 個あり，このうち，5の倍数は **ウエ** 個，3の倍数は **オカ** 個ある．

(2)　男子4人と女子3人を円形に並べるとき，女子どうしが隣り合わないような並べ方は **キクケ** 通りある．

(3)　7個の数字1，1，1，2，2，3，3をすべて用いて7桁の整数を作るとき，数字の並びが左右対称なものは **コ** 通りある．また，できた7桁の整数を小さい順に並べるとき，3211231は **サシス** 番目に現れる．

解答例

(1)　4桁の整数は全部で $4\times{}_4\mathrm{P}_3=4\times4\cdot3\cdot2=\mathbf{96}$（個）できる．

このうち，5の倍数となるのは一の位が0のときで，${}_4\mathrm{P}_3=\mathbf{24}$（個）

3の倍数となるのは，各位の数字の和が3の倍数となるとき．

数字の組合せは　(0，2，4，6)，(0，4，6，8)

(0，2，4，6)のとき　　$3\times3!=18$（個）

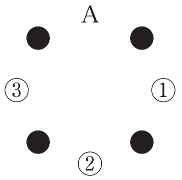
(0，4，6，8)のときも同様に18個．　　よって3の倍数は　$18\times2=\mathbf{36}$（個）

(2)　男子4人のうち1人を右のAの位置に固定すると，

①～③に男子を並べる方法が3!通り．

女子3人を●4カ所中3カ所選んで並べる方法が ${}_4\mathrm{P}_3$ 通り

よって　$3!\times{}_4\mathrm{P}_3=6\times24=\mathbf{144}$（通り）



(3)　左右対称となる並べ方は，真ん中が1，その左右に1，2，3が1個ずつある場合．

右側の1，2，3の並べ方は $3!=6$（通り）．その各々に対し，左側の並べ方はただ1通り．

よって　$6\times1=\mathbf{6}$（通り）

7桁の数を小さい順に並べるとき

左端が1のときは，残りの数字の並べ方が　$\dfrac{6!}{2!2!2!}=90$（通り）

左端が2のときは，残りの数字の並べ方が　$\dfrac{6!}{3!2!}=60$（通り）

左端が31のときは，残りの数字の並べ方が　$\dfrac{5!}{2!2!}=30$（通り）

ここまでで $90+60+30=180$（個）

この後に3211123，3211132，3211213，3211231と続くので，3211231は**184番目**である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。